Entre science et conscience… une sortie pluridisciplinaire autour du film *Les Aventures d'un Mathématicien*

Jérôme THURILLAT et Valérie SCHLOGER (Lycée de Sainte-Livrade)

"Entre science et conscience...une sortie pluridisciplinaire »

A travers la vie d'un mathématicien qui a travaillé sur l'élaboration de la bombe atomique, les élèves de la classe de première générale du lycée agricole de Sainte Livrade sur Lot ont découvert les liens entre :

- leurs enseignements de spécialité de mathématiques et de physique-chimie ;
- l'anglais (le film est en VO) ;
- et la philosophie qu'ils découvriront l'année prochaine.

Une sortie riche en apprentissages qui a été préparée par l'élaboration d'un dossier pédagogique en mathématiques et en physique-chimie.

Les élèves, en répondant aux questions de ce dossier, ont eu un avant-goût du film : "Les aventures d'un mathématicien".

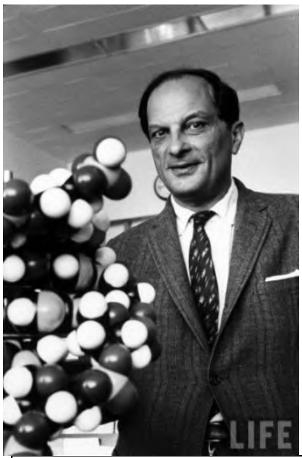
Vous trouverez ci-après les parties « Mathématiques » et « Physique » du dossier pédagogique.

Dossier sur le film :

Nom :

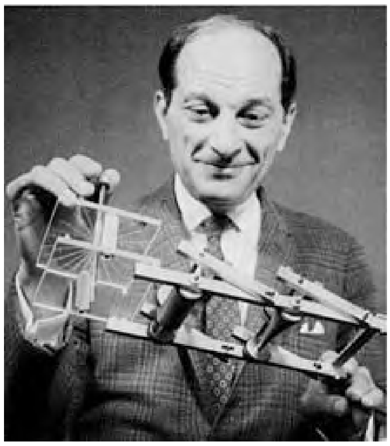
Prénom :

Classe : 1ère générale



Biographie de

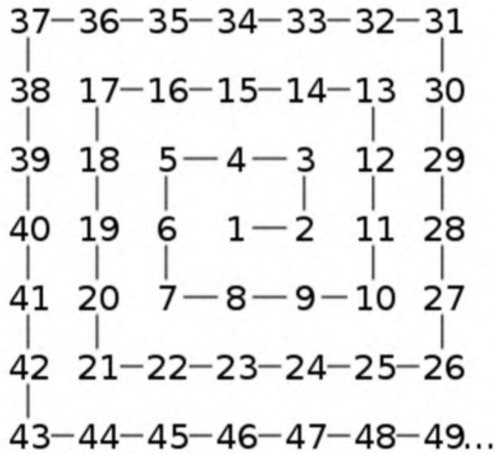
Stanislaw Marcin Ulam

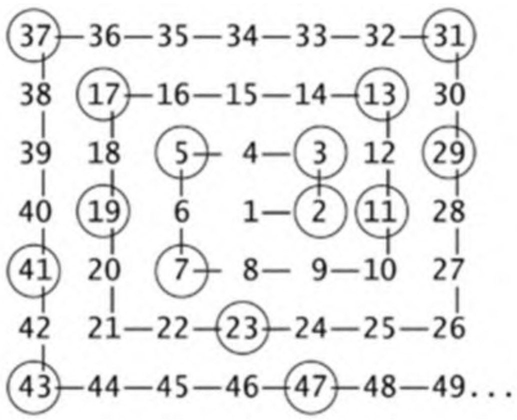


compléter le tableau suivant :

Date de naissance	
Pays de naissance	
Date du décès	
Pays de décès	
Année de son doctorat en mathématiques	
Pays où il a rejoint les physiciens du laboratoire national de Los Alamos	
Méthode qu'il a employée pour évaluer les intégrales mathématiques qui apparaissent en modélisant les réactions nucléaires	
Nature de la bombe qu'il a inventée	
Par quelle méthode propose-t-il d'imploser les bombes ?	
Quelle énergie a-t-il développée ?	
Dans quelle université devient-il professeur de mathématiques	

Spirale de Ulam : En 1963, Stanislaw Ulam s'ennuie durant une conférence, il se met alors à dessiner une grille et à y placer les nombres selon une spirale en plaçant le nombre 1 au centre.





Il y noircit les nombres premiers, et, surprise! Il découvre des alignements obliques. Succès assuré. Sa spirale fit la une du magazine Scientific American de mars; Martin Gardner y consacre un article: The Remarquable Lore of the Prime Numbers.

Compléter la définition suivante :

Définition : Soit a un nombre entier relatif

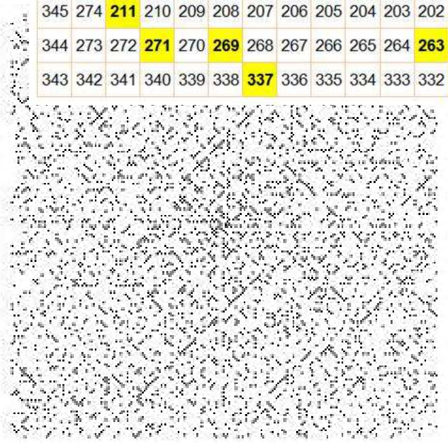
On dit a est un nombre **premier** s'il n'admet que ……diviseurs positifs distincts …………...

Exemples : 7 un nombre premier car ………………………………………………

6 …………un nombre premier, car ……………………………………………..

362	363	364	365	366	**367**	368	369	370	371	372	**373**	374	375	376	377	378	**379**	380	381
361	290	291	292	**293**	294	295	296	297	298	299	300	301	302	303	304	305	306	**307**	382
360	289	226	**227**	228	**229**	230	231	232	**233**	234	235	236	237	238	**239**	240	**241**	308	**383**
359	288	225	170	171	172	**173**	174	175	176	177	178	**179**	180	**181**	182	183	242	309	384
358	287	224	169	122	123	124	125	126	**127**	128	129	130	**131**	132	133	184	243	310	385
357	286	**223**	168	121	82	**83**	84	85	86	87	88	**89**	90	91	134	185	244	**311**	386
356	285	222	**167**	120	81	50	51	52	**53**	54	55	56	57	92	135	186	245	312	387
355	284	221	166	119	80	49	26	27	28	**29**	30	**31**	58	93	136	187	246	**313**	388
354	**283**	220	165	118	**79**	48	25	10	**11**	12	**13**	32	**59**	94	**137**	188	247	314	**389**
353	282	219	164	117	78	**47**	24	9	**2**	**3**	14	33	60	95	138	189	248	315	390
352	**281**	218	**163**	116	77	46	**23**	8	1	4	15	34	**61**	96	**139**	190	249	316	391
351	280	217	162	115	76	45	22	**7**	6	**5**	16	35	62	**97**	140	**191**	250	**317**	392
350	279	216	161	114	75	44	21	20	**19**	18	**17**	36	63	98	141	192	**251**	318	393
349	278	215	160	**113**	74	**43**	42	**41**	40	39	38	**37**	64	99	142	**193**	252	319	394
348	**277**	214	159	112	**73**	72	**71**	70	69	68	**67**	66	65	100	143	194	253	320	395
347	276	213	158	111	110	**109**	108	**107**	106	105	104	**103**	102	**101**	144	195	254	321	396
346	275	212	**157**	156	155	154	153	152	**151**	150	**149**	148	147	146	145	196	255	322	**397**
345	274	**211**	210	209	208	207	206	205	204	203	202	201	200	**199**	198	**197**	256	323	398
344	273	272	**271**	270	**269**	268	267	266	265	264	**263**	262	261	260	259	258	**257**	324	399
343	342	341	340	339	338	**337**	336	335	334	333	332	**331**	330	329	328	327	326	325	400

Exemple de la spirale d'Ulam de 1 à 400



Exemple de la spirale d'Ulam pour 160 000 nombres

En poursuivant cette présentation pour une très grande quantité de nombres, il remarque quantité d'alignements. Ces alignements correspondent à des polynômes du 2e degré du type: $y = ax^2 + bx + c$

Et, voilà! C'est la naissance de la recherche de formules qui produisent un maximum de nombres premiers.

On remarque que l'équation ***$y = 4x^2 + 10x + 5$*** représente l'un des segments du tableau :

x =	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
y =	**5**	**19**	**41**	**71**	**109**	**155**	**209**	**271**
premier	**oui**	**oui**	**oui**	**oui**	**oui**	non	non	**oui**

Les cinq premières valeurs sont premières.

En tenant compte de ce type d'équations, on peut construire des spirales appropriées (en choisissant le nombre central c). Les deux plus célèbres sont les polynômes suivants :
$x^2 + x + 17$ et $x^2 + x + 41$

$x^2 + x + 17$
On obtient une diagonale de 5 nombres premiers sur un carré centré en 17

33	**32**	**31**	**30**	**29**
34	**21**	**20**	**19**	**28**
35	**22**	**17**	**18**	**27**
36	**23**	**24**	**25**	**26**
37	**38**	**39**	**...**	

1) Complétez les tableaux, en utilisant le polynôme : ***$x^2 + x + 41$***

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	41								
premier	oui								

x	9	10	11	12	13	14	15	16	17
y									
premier									

2) Coloriez les nombres premiers et faites apparaître la diagonale la plus grande, marquée par ce polynôme :

297	296	295	294	293	292	291	290	289	288	287	286	285	284	283	282	281
298	237	236	235	234	233	232	231	230	229	228	227	226	225	224	223	280
299	238	185	184	183	182	181	180	179	178	177	176	175	174	173	222	279
300	239	186	141	140	139	138	137	136	135	134	133	132	131	172	221	278
301	240	187	142	105	104	103	102	101	100	99	98	97	130	171	220	277
302	241	188	143	106	77	76	75	74	73	72	71	96	129	170	219	276
303	242	189	144	107	78	57	56	55	54	53	70	95	128	169	218	275
304	243	190	145	108	79	58	45	44	43	52	69	94	127	168	217	274
305	244	191	146	109	80	59	46	41	42	51	68	93	126	167	216	273
306	245	192	147	110	81	60	47	48	49	50	67	92	125	166	215	272
307	246	193	148	111	82	61	62	63	64	65	66	91	124	165	214	271
308	247	194	149	112	83	84	85	86	87	88	89	90	123	164	213	270
309	248	195	150	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	163	212	269
310	249	196	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160	161	162	211	268
311	250	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209	210	267
312	251	252	253	254	255	256	257	258	259	260	261	262	263	264	265	266
313	314	315	316	317	318	319	320	321	322	323	324	325	326	327	328	329

On obtient une diagonale de ……….. nombres premiers sur un carré centré en ……..

Source: Experimenting with the Ulam Spiral – Wolfram

Bonus : étude du polynôme $x^2 + x + 41$ associé à la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + x + 41$

Dressez son tableau de variations, puis son tableau de signes

$\boldsymbol{a} =$ $\boldsymbol{b} =$; $\boldsymbol{c} =$

$\boldsymbol{\alpha} =$ $\boldsymbol{\beta} =$

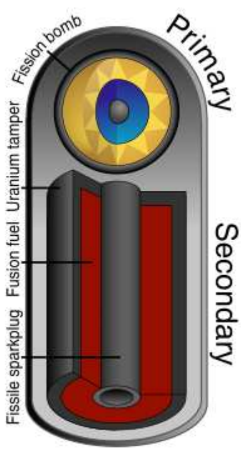
$\boldsymbol{x}$	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
variations de $\boldsymbol{f}$			

$\boldsymbol{x}$	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $f(x)$		

Biographie d'
Edward Teller

Compléter le tableau suivant :

Date de naissance	
Pays de naissance	
Date du décès	
Pays de décès	
Année de son doctorat en physique	
En 1942, quel est le nom du projet auquel il adhère ?	
A quelle division du laboratoire national de Los Alamos appartient-il ?	
Année où il quitte pour la première fois le laboratoire de Los Alamos ?	
Nature de la bombe créée par Edward Teller	
Nature de la bombe qui permet de comprimer le matériel fusible et d’amorcer la fission	
Nature du phénomène permettant de comprimer le matériel fusible proposé par Edward Teller	
Dans quel laboratoire finit-il sa carrière de chercheur ?	



En 1942, au cours d'une réunion entre Edward Teller et Enrico Fermi sur les perspectives d'une guerre nucléaire, Fermi suggère avec désinvolture qu'il est peut-être possible qu'une arme utilisant la fission nucléaire déclenche une réaction plus importante de fusion nucléaire. Bien que, dans un premier temps, Edward Teller explique à Fermi pourquoi il pense que ce n'est pas possible, il reste tout de même fasciné par cette perspective et trouve rapidement le développement d'une « simple » bombe A ennuyeux même si le développement d'une telle arme est encore très loin d'être réalisé au vu des nombreux problèmes à résoudre.

Les problèmes précédemment évoqués vont occuper de nombreux scientifiques dont entre autres Geoffrey Ingram Taylor ou Stanislas Marcin Ulam.

En effet, Geoffrey Ingram Taylor sert d'expert auprès des autorités militaires se penchant sur la propagation des ondes de dénotation. Ses travaux en ce domaine sont mis à profit à Los Alamos entre 1944 et 1945.

En 1950, à l'aide d'une « estimation de Fermi », il calcule l'énergie libérée par le premier test d'une explosion nucléaire issue d'une bombe A (nom de code : test Trinity) réalisé par l'armée américaine le 16 juillet 1945. Son calcul est suffisamment précis pour lui valoir une réprimande de l'armée, les États-Unis étant en pleine guerre froide !.

Voyons à présent comment Geoffrey Ingram Taylor a pu réaliser cette estimation.

1) Rechercher la définition d'une « estimation de Fermi » appelé aussi « exercice de Fermi »

2) En 1950, les militaires américains décident de déclassifier les photos du test Trinity, qui se retrouvent donc publiées dans la presse.

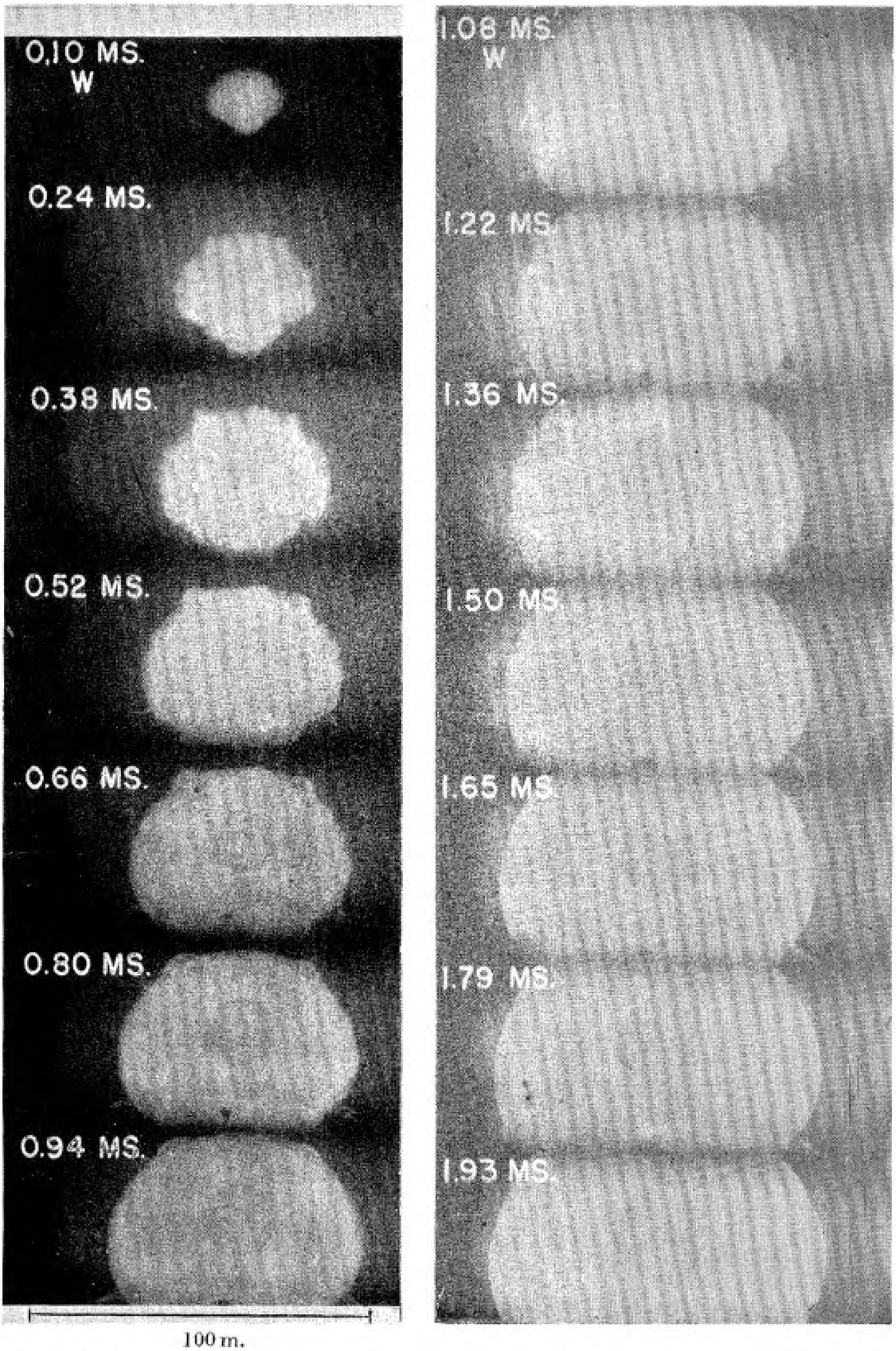


FIGURE 6. Succession of photographs of the 'ball of fire' from $t = 0{\cdot}10$ msec. to $1{\cdot}93$ msec.

(*Facing p.* 182)

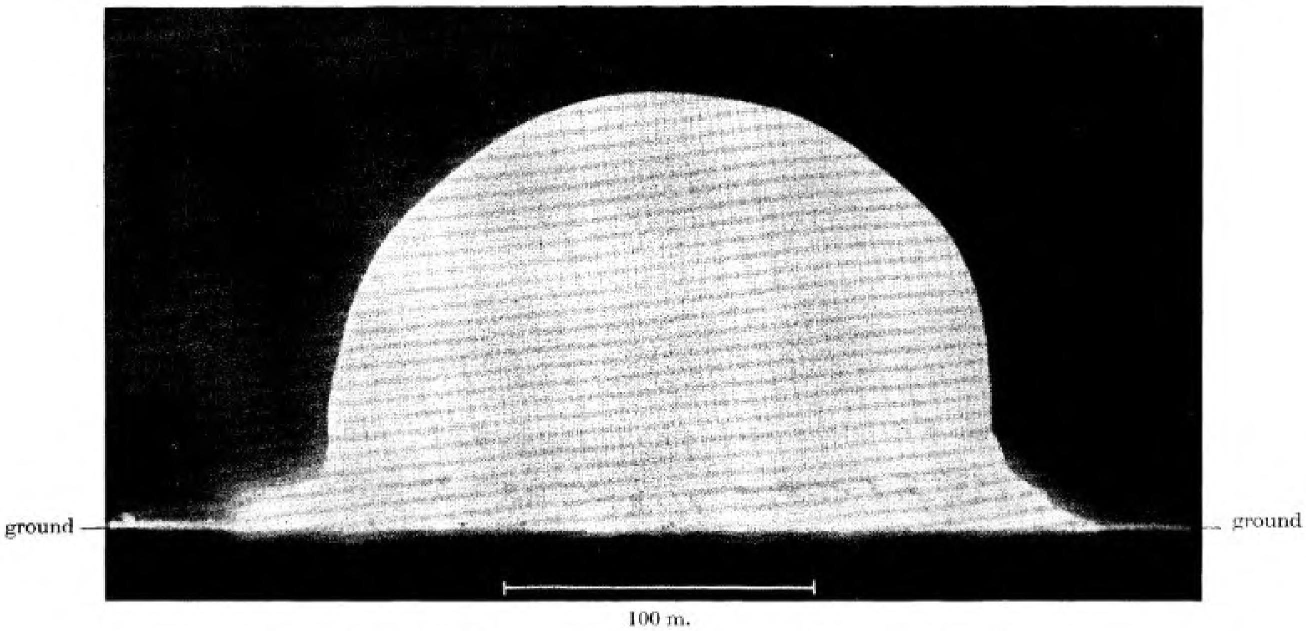


FIGURE 7. The ball of fire at $t = 15$ msec., showing the sharpness of its edge.

Mais secret-défense oblige, ils choisissent de ne rien révéler de l'énergie libérée par la bombe.
Tout cela est sans compter sur un physicien britannique, Geoffrey Ingram Taylor, qui publie un article démontrant que les photos suffisent pour estimer l'énergie libérée par la bombe ...

Extrait de l'article de Goeffrey Ingram Taylor

authority	t (msec.)	R (m.)
strip of small images MDDC 221	0·10	11·1
	0·24	19·9
	0·38	25·4
	0·52	28·8
	0·66	31·9
	0·80	34·2
	0·94	36·3
strip of declassified photographs lent by Ministry of Supply	1·08	38·9
	1·22	41·0
	1·36	42·8
	1·50	44·4
	1·65	46·0
	1·79	46·9
	1·93	48·7
strip of small images from MDDC 221	3·26	59·0
	3·53	61·1
	3·80	62·9
	4·07	64·3
	4·34	65·6
	4·61	67·3
large single photographs MDDC 221	15·0	106·5
	25·0	130·0
	34·0	145·0
	53·0	175·0
	62·0	185·0

2) L'expansion de la boule de feu est due à un phénomène de propagation des ondes de choc. Ces ondes se produisent sous l'effet de l'énorme quantité de gaz chaud et sous pression qui se trouve libérée lors de l'explosion. La boule de feu représente donc cette poche de gaz chaud et sous pression au fur et à mesure qu'elle s'étend dans l'atmosphère (elle prend un peu plus tard la fameuse forme de champignon).

Geoffrey Ingram Taylor, qui connaissait bien les explosions, savait que le rayon R dépend essentiellement du temps écoulé t depuis l'explosion (normal), de la quantité d'énergie E libérée par la bombe (assez intuitif), et de la masse volumique ρ de l'air environnant.

Sachant que l'énergie en Joules s'exprime dans le système international d'unités (SI) en $kg.m^2.s^{-2}$ et la masse volumique en $kg.m^{-3}$, vérifier que chaque terme de l'équation proposée ci-dessous par Geoffrey Ingram Taylor a la même unité :

$$R^5 = \frac{E}{\rho} t^2$$

3) A ***<u>partir de la dernière photographie</u>***, déterminer un ***ordre de grandeur*** du rayon R de la boule de feu.

4) Déterminer l'***ordre de grandeur*** de l'énergie libérée (en J et en tonne de TNT) par la bombe Trinity à partir de l'ordre de grandeur du rayon R de la boule de feu sur la dernière photographie..

<u>Données :</u>

*1 tonne de TNT libère une énergie de $4{,}184 \times 10^9$ J
*Masse volumique de l'air : $\rho = 1{,}25$ $kg.m^{-3}$.

5) L'ordre de grandeur de l'énergie libérée estimé par les militaires est de 10^4 tonnes de TNT.

Le comparer à celui que vous avez trouvé à partir de la formule de Geoffrey Ingram Taylor.

6) A partir du tableau de valeur de l'extrait de l'article de Greoffrey Ingram Taylor, calculer l'énergie libérée en tonne de TNT pour chaque temps t et compléter le tableau suivant :

t (ms)	R (m)	E (tonne de TNT)
0,10	11,1	
0,24	19,9	
0,38	25,4	
0,52	28,8	
0,66	31,9	
0,80	34,2	
0,94	36,3	
1,08	38,9	
1,22	41,0	
1,36	42,8	
1,50	44,4	
1,65	46,0	
1,79	46,9	
1,93	48,7	
3,26	59,0	
3,53	61,1	
3,80	62,9	
4,07	64,3	
4,34	65,6	
4,61	67,3	
15,0	106,5	
25,0	130,0	
34,0	145,0	
53,0	175,0	
62,0	185,0	

Données :

*1 tonne de TNT libère une énergie de $4,184 \times 10^9$ J
*Masse volumique de l'air : $\rho = 1,25$ kg.m^{-3}.

7) La calculatrice permet de déterminer la valeur moyenne $\bar{E}$ de l'énergie libérée en tonne de TNT et l'écart-type (noté s ou σ_{n-1} selon les calculatrices).

7.1) Retrouver à l'aide de votre calculatrice les valeurs suivantes : $\bar{E}=19795,7472$ tonnes de TNT et s = σ_{n-1} =3784,5824 tonnes de TNT.

7.2) L'incertitude-type associée à la valeur moyenne est telle que : $u(\bar{E})=\frac{s}{\sqrt{n}}$ où n est le nombre de valeur permettant le calcul de la valeur moyenne.

La valeur de l'énergie libérée peut alors être notée ainsi : $E=\bar{E}\pm u(\bar{E})$ à condition que $u(\bar{E})$ ne comporte qu'un seul chiffre significatif et que la valeur de $\bar{E}$ ne soit pas plus précise que le rang du chiffre significatif de l'incertitude.

En général, on dit que « le résultat s'arrête là où son incertitude commence » ; si le premier chiffre significatif de l'incertitude a pour rang la dizaine, alors le résultat ne peut pas être écrit au-delà de la dizaine.

Par exemple : 4536,1879 ± 20,1145 kg doit être écrit (4,54 ± 0,02)x10^3 kg.

car l'incertitude 20,1145 a son premier chiffre significatif (2) au rang de la dizaine donc le résultat doit s'arrêter à la dizaine (soit à son chiffre 3).

Une fois que l'on a repéré les chiffres précédents (premier chiffre significatif de l'incertitude (2 dans notre exemple) et dernier chiffre que l'on peut écrire pour le résultat (soit 3 dans notre exemple), on écrit le résultat en notation scientifique soit 4,54x10^3 ; puis, on écrit l'incertitude avec la même puissance de 10 que le résultat soit : 0,02x10^3.

Enfin, on écrit le résultat associé à son incertitude en factorisant par la puissance de 10 commune au résultat et à l'incertitude soit (4,54 ± 0,02)x10^3 kg.

7.2.1) Calculer $u(\bar{E})$ et donner sa valeur avec un seul chiffre significatif.

7.2.2) Donner le rang (unité, dizaine, centaine, centième, millième....) du chiffre significatif de . $u(\bar{E})$

7.2.3) Ecrire la valeur de E sous la forme . $E=\bar{E}\pm u(\bar{E})$

7.3) Sachant que la valeur admise plus tard par les militaires est d'environ 20 000 tonnes de TNT, estimer l'écart entre la valeur calculée à l'aide de la formule de Geoffrey Ingram Taylor et la valeur de référence (admise par les militaires). Conclure

__Données :__

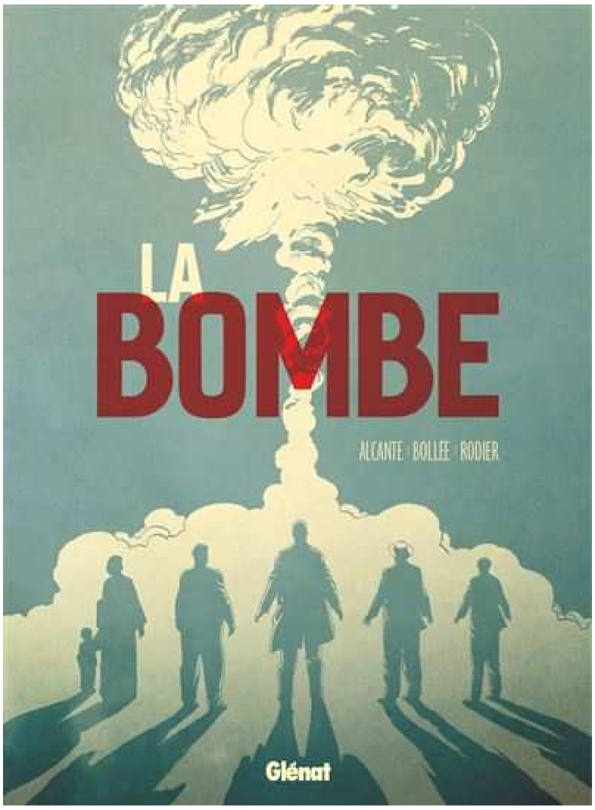
$$écart-relatif=\left|\frac{valeur\ de\ référence-valeur\ expérimentale}{valeur\ de\ référence}\right|x100$$ *

Si l'écart relatif est inférieur à 5 %, on peut considérer que la formule permettant d'obtenir la valeur expérimentale est correcte.

*Vidéo explosion de Trinity :

https://www.youtube.com/watch?v=7dfK9G7UDok

Pour continuer sur le thème de la bombe nucléaire, le bulletin de l’APEPA vous conseille de lire :



Prix Cases d’Histoire 2020

Prix de la critique ACBD de la bande dessinée québécoise 2020

Grand Prix des Galons de la BD 2021, organisé par le Ministère des Armées

Prix Cognito 2021 de la BD historique

L’incroyable histoire vraie de l’arme la plus effroyable jamais créée.

Le 6 août 1945, une bombe atomique ravage Hiroshima. Des dizaines de milliers de personnes sont instantanément pulvérisées. Et le monde entier découvre, horrifié, l’existence de la bombe atomique, première arme de destruction massive. Mais dans quel contexte, comment et par qui cet instrument de mort a-t-il pu être développé ?

Véritable saga de 450 pages, ce roman graphique raconte les coulisses et les personnages-clés de cet événement historique qui, en 2020, commémore son 75e anniversaire. Des mines d’uranium du Katanga jusqu’au Japon, en passant par l’Allemagne, la Norvège, l’URSS et le Nouveau-Mexique, c’est une succession de faits incroyables mais vrais qui se sont ainsi déroulés.

Tous ceux-ci sont ici racontés à hauteur d’hommes : qu’ils soient décideurs politiques (Roosevelt, Truman), scientifiques passés à la postérité (Einstein, Oppenheimer, Fermi...) ou acteurs majeurs demeurés méconnus, tels Leó Szilàrd (le personnage principal de cet album, un scientifique qui remua ciel et terre pour que les USA développent la bombe, puis fit l’impossible pour qu’ils ne l’utilisent jamais), Ebb Cade (un ouvrier afro-américain auquel on injecta à son insu du plutonium pour en étudier l’effet sur la santé) ou Leslie Groves (le général qui dirigea d’une main de fer le Projet Manhattan) – sans oublier, bien sûr, les habitants et la ville d’Hiroshima, reconstituée dans *La Bombe* de manière authentique.

Extrêmement documenté mais avant tout passionnant, cet ouvrage s’impose déjà comme le livre de référence sur l’histoire de la bombe atomique.